

SEMINAR ÜBER p -ADISCHE GALOIS-DARSTELLUNGEN

SOMMERSEMSTER 2009

Das Seminar folgt dem Buch [FO] und ist eine leicht gekürzte Version des Seminarprogramms [BW]. In [BW] findet sich auch ein detaillierteres Programm für die Vorträge. Ziel des Seminars ist es, eine Einführung in die Grundbegriffe der Theorie der p -adischen Galois-Darstellungen zu geben, sowie die Hauptresultate dieser Theorie zu formulieren und zu erklären.

1) ℓ -adische Darstellungen (OLIVER PETRAS)

Definition und Eigenschaften von ℓ -adischen Darstellungen ([FO] § 1.1).

Galoisgruppen von endlichen Körpern und ℓ -adische Darstellungen ([FO] § 1.2).

Galoisgruppen von lokalen Körpern mit Restklassencharakteristik p und ℓ -adische Darstellungen ([FO] § 1.3.1).

2) Periodenringe (ALEXANDER IVANOV)

Das Konzept von Periodenringen und B -zulässigen Darstellungen ([FO] 2.1).

Periodenringe und ℓ -adische Darstellungen, potentiell semi-stabile ℓ -adische Darstellungen und Monodromieoperation ([FO] § 1.3.2).

3) Modulo p Galoisdarstellungen von Körpern der Charakteristik p

(DOMINIK KLEIN)

Étale ϕ -Moduln. Die Kategorienäquivalenz $\text{Rep}_{\mathbb{F}_p} G_E \longleftrightarrow \mathcal{M}_\phi^{\text{ét}}(E)$ ([FO] § 2.2).

Der Körper $\widehat{\mathcal{E}^{\text{un}}}$ ([FO] 2.3.1, 2.3.2).

4) p -adische Galoisdarstellungen von Körpern in Charakteristik p und der Ring R (NICOLAS VANDENBERGEN)

Die Kategorienäquivalenz $\text{Rep}_{\mathbb{Z}_p} G_E \longleftrightarrow \mathcal{M}_\phi^{\text{ét}}(\mathcal{O}_E)$ ([FO] § 2.3.3, 2.3.4).

Der Ring R ([FO] § 4.1).

5) (ϕ, Γ) -Moduln (MARTIN KREIDL)

Die G_K -operation auf R und der Isomorphismus $H_K \rightarrow \text{Gal}(E_0^{\text{sep}}/E_0)$ ([FO] § 4.2).

(ϕ, Γ) -Moduln und die Kategorienäquivalenz $\text{Rep}_{\mathbb{Z}_p} \longleftrightarrow \mathcal{M}_{\phi, \Gamma}^{\text{ét}}(\mathcal{O}_E)$ ([FO] § 4.4).

6) Die Theorie von Sen und Tate; \mathbb{C}_p als Periodenring (EUGEN HELLMANN) eventuell 2 Sitzungen.

Dieser Vortrag ist eine Zusammenfassung der Vorträge 6 – 9 in [BW].

Krasner's Lemma, Ax-Sen Lemma und Anwendungen ([FO] § 3.1.1; 3.1.2).

Galoiskohomologie von \mathbb{C}_p ([FO] Prop. 3.12, 3.16; Thm. 3.17).

\mathbb{C}_p -zulässige Darstellungen ([FO] § 3.2.3). Sen's Θ -Operator ([FO] § 3.2.4; 3.3.1) und Anwendungen auf \mathbb{C}_p -zulässige Darstellungen ([FO] 3.5).

7) Wittvektoren (PAUL JONAS HAMACHER)

Erinnerung an Wittvektoren und Cohen-ringe (z.B. nach [Se] II. § 2-4). Die Resultate in ([FO] § 0.2.1-0.2.4) sollten behandelt werden.

8) de Rham Darstellungen (PETER SCHOLZE)

Hodge-Tate und de Rham Darstellungen: B_{HT} und B_{dR} ([FO] § 5.1; 5.2 insbesondere Thm. 5.28). De Rham impliziert Hodge-Tate ([FO] Prop. 5.29). Hodge-Tate Darstellungen und der Θ -Operator ([Be] II.1.2).

Den Hauptsatz ([FO] Thm. 5.32) zitieren. Eventuell Nicht-Beispiel ([FO] Prop. 5.30).

De Rham Darstellungen und überkonvergente (ϕ, Γ) -Moduln ([FO] § 5.3 und [Be] III.3, IV.1, 2, 4).

9) Kristalline und semi-stabile Darstellungen (TIMO RICHARZ)

Definitionen und Eigenschaften von B_{cris} und B_{st} ([FO] § 6.1).

Die fundamentale Sequenz ([Be] II.3.4; [FO] Thm. 6.26).

Beispiel: elliptische Kurven mit guter oder semi-stabiler Reduktion ([Be] II.3.2, II.4).

10) Filtrierte ϕ -Moduln (NN)

Die Funktoren D_{dR} , D_{st} und D_{cris} ; Semi-stabil impliziert de Rham ([FO] § 6.3).

Schwach zulässige filtrierte (ϕ, N) -Moduln ([FO] § 6.4). Kategorienäquivalenz zwischen semi-stabilen Darstellungen und schwach zulässigen filtrierten (ϕ, N) -Moduln:

Theorem B in ([FO] § 6.2.5) zitieren.

Beispiele ([FO] § 7.1).

11) Hauptresultate und Ausblick (NN)

Theorem B1 in ([FO] § 7.2).

Jede de Rham Darstellung ist potentiell semi-stabil (Theorem A in ([FO] § 6.5)).

Kristalline (semi-stabile) Darstellungen und (ϕ, Γ) -Moduln ([Be] IV.3).

Ausblicke wie z.B. in ([Be] IV.5).

LITERATUR

- [Be] L. Berger, *An introduction to the theory of p -adic representations*, arXiv:math/0210184v1.
- [BW] G. Böckle, G. Wiese, *Programm für das „Forschungsseminar on p -adic Galois representations“*, <http://www.uni-due.de/hx0037/pAdicGR/PadicGalois.pdf>.
- [FO] J-M. Fontaine, Yi Ouyang, *Theory of p -adic Galois representations*, preprint.
- [Se] J-P. Serre, *Local Fields*, Graduate Texts in Mathematics **67**, Springer.